

KOLIK MÁ HOUSENKA TĚLNÍCH ČLÁNKŮ? příručka k projektu Alma Mater Studiorum

ALICE BÍLÁ

UK v Praze – Pedagogická fakulta
Praha 2010



esf evropský
sociální
fond v ČR



MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY



OP Vzdělávání
pro konkurenceschopnost

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

KOLIK MÁ HOUSENKA TĚLNÍCH ČLÁNKŮ?

RNDr. Alice Bílá, Ph.D.

Jazyková korektura:	Ing. arch. Olga Badová
Grafická úprava:	PhDr. Martin Adamec
Sazba:	PhDr. Martin Adamec
Obálka:	Ing. arch. Olga Badová
Technická spolupráce:	Ing. Věra Čapková
Odpovědný redaktor:	PhDr. Kateřina Jančaříková, Ph.D.

ISBN 978-80-7290-446-4

Vydala Univerzita Karlova v Praze – Pedagogická fakulta v roce 2010.

Publikace byla zpracována v rámci projektu Alma Mater Studiorum.
Číslo projektu: CZ.1.07/1.3.04/02.0010

Vytiskla RETIDA, spol. s r. o., www.retida.cz.

OBSAH

ÚVODNÍ SLOVO	5
O AUTOROVĚ	10
ANOTACE	10
TEORIE.....	11
Matematika z lidské stránky aneb beletristický pohled na slovní úlohy	11
Slovní úlohy z hlediska učitele matematiky.....	12
Co je úloha v environmentálním kabátě, ukázky úloh	16
Slovní úlohy v environmentálním kabátě	16
Proč používat slovní úlohy v environmentálním kabátě při výuce	22
První letmý pohled do učebních materiálů	24
Idea korespondence (izomorfismu) úloh.....	25
Několik ukázek úloh se zavádějícím environmentálním kabátem či zavádějícím zacházením s úlohou	31
Druhý letmý pohled do učebních materiálů a rozlišení slovních úloh z hlediska EV	36
Tvorba úloh metodou „Co když ne?“	38
Závěr	39
Použitá literatura a odkazy.....	39
PROJEKT	43
Cíle a výstupy projektu	43
Základní informace o projektu.....	43
Propojení projektu na RVP ZV	43
Rozvoj klíčových kompetencí.....	44
Potřeby a materiál	44
Klíčová slova	44
Motivace	44
Popis projektu	45

Hodnocení.....	51
Nápady, jak projekt rozšířit.....	51
Literatura a zdroje k projektu	51

Vážené paní učitelky! Vážení páni učitelé!

Dostala se Vám do rukou brožurka semináře projektu Alma Mater Studiorum.

Jak jeho název napovídá, jedná se o další vzdělávání na (pro většinu učitelů) rodné Univerzitě. Cílem projektu je zlepšit připravenost učitelů k realizaci environmentální výchovy, vyučovat přírodovědné předměty, vyučovat interdisciplinárně a v terénu; seznámit se s vhodnou technikou a ICT podporou.

Projekt Alma Mater Studiorum je připravován převážně pracovníky Pedagogické fakulty UK v Praze. Učitelům ze Středočeského kraje, kteří se zabývají otázkou „Jak začlenit průřezové téma Environmentální výchova do mého předmětu, popř. do ŠVP?“, nabízí zdarma (z ESF a státního rozpočtu dotované) programy.

















Náš tým si jako prioritu stanovil kvalitu, užitečnost a funkčnost celé nabídky. Autory textů, lektory seminářů a vedoucí exkurzí jsme vybírali mezi špičkovými odborníky. Ti se do vytváření kurzů a psaní textů vložili srdcem.

















Inovací projektu Alma mater je nabídka pro učitele jiných, než přírodovědných aprobací (češtináře, učitele ZSV a ekonomie, výtvarné výchovy aj.). Několik kurzů je určeno učitelům primárního vzdělávání.

S texty, které v rámci projektu vznikly, jsem velice spokojená. Doufám, že i Vy z nich budete mít radost a užitek. Kurzy a exkurze budou realizovány od září 2010. Více informací se dozvíte na webových stránkách projektu <http://almamater.cuni.cz>.

PhDr. Kateřina Jančaříková, Ph.D.
odborný garant seminářů

Seznam seminářů a informace o jejich propojení na RVP

NÁZEV	GARANT, LEKTOR	INTERDISCIPLINÁRNÍ PROPOJENÍ	DOPORUČENO PRO UČITELE
1 Praktické úlohy a projekty z mikrobiologie	RNDr. Lenka Pavlasová, Ph.D., Mgr. Eva Tarabová	biologie, výchova ke zdraví	 
2 Možnosti výtvarné výchovy v rámci environmentálního vzdělávání na základní škole, krajina a výtvarné umění, land art a prostor	PhDr. Jan Šmíd, Ph.D.	VV, estetika	  výtvarná, resp. estetická výchova
3 Jak vzdělávat pro udržitelný rozvoj	PhDr. Tereza Vošahlíková	průřezová témata	
4 Co je ekologické nemůže být ekonomické? aneb Požívají ekologické principy přírodu? Nebo to dělají jen krátkozraká rozhodování lidí?	doc. Ing. RNDr. Hana Scholleová, Ph.D.	matematika, ZSV, český jazyk, popř. ekonomika podniku (SEŠ)	  ZSV a ekonomie
5 Matematika a environmentální výchova aneb Kolik má housenka tělních článků?	RNDr. Alice Bílá, Ph.D.	matematika	
6 Digitální fotografie	PhDr. Petr Novotný	ICT	   
7 Statistické zpracování dat na PC	RNDr. František Mošna, Ph.D.	ICT, matematika	   

NÁZEV	GARANT, LEKTOR	INTERDISCIPLINÁRNÍ PROPOJENÍ	DOPORUČENO PRO UČITELE
8 Příprava a využití mikroskopických preparátů ve výuce	RNDr. Eva Lišková, CSc.	biologie	 
9 Biologické sbírky ve výuce a mimoškolním vzdělávání – metody sběru, preparace a uchování	Mgr. Jan Mourek, RNDr. Eva Lišková, CSc.	biologie	 
10 Lesní a venkovní pedagogika	Magdalena Kapucianová, ředitelka MŠ Semínko v Toulcově dvoře	EVVO	  vychovatelé
11 Výroba z přírodních materiálů	PhDr. Kateřina Jančaříková, Ph.D.	pracovní činnost	  
12 Ekologie společenstev a ekomorfologie obratlovců aneb Jak komu zobák narost	Mgr. Jindra Mourková	biologie, ekologie, (zoo)geografie	 
13 Proč se nebát chemie?	PhDr. Martin Adamec	chemie	 
14 Vyučování za pomoci drobných živočichů	PhDr. Kateřina Jančaříková, Ph.D., Bc. Jana Bravencová	EVVO	
15 Ekonarologie: Vyprávění a příběhy o přírodě a pro přírodu	PhDr. Kateřina Jančaříková, Ph.D.	jazyk a komunikace	 

 mateřské školy  1. stupeň základních škol  2. stupeň základních škol  gymnázia a střední odborné školy

Vážené kolegyně, vážení kolegové

Životní i vzdělávací zkušenost a do značné míry i rodinná tradice mne naučily tomu, že u jen málokterého oboru strádá výuka takovým nedostatkem praxe a kontaktu s ní, jako je tomu u biologie a environmentální výchovy.

Najít příčiny tohoto jevu není nijak složité, úvahy nás snadno dovedou ke složitosti základního oboru, tedy vlastní ekologie a s ní souvisejících disciplín. Právě zde se informace skládají spíše z mozaiky údajů, než ze systematického a jednoznačného základu, což vzdělávání komplikuje. Praktické ověření příslušných souvislostí pak situaci naopak výrazně usnadňuje.

Jako určitá (a jistě ne stoprocentně účinná) cesta se zde jeví výuka formou exkurzí, které umožňují účastníkům shlédnout řadu konkrétních situací, což v oné pomyslné mozaice vyplní dosud prázdná místa.

Navíc, a to je u environmentální výchovy jako předstupně budování vztahu k životnímu prostředí zvláště důležité, exkurze zprostředkují účastníkům emocionální zážitky, kontakt s živou přírodou a krajinou, což je při výuce v učebně nerealizovatelné.

Zpracování konkrétních exkurzních programů se zde ujali zkušení lektori, kteří poskytují praktické a často i roky prověřené znalosti. Každému z lektorů bude potěšením se o své znalosti v oboru podělit.

Ing. Jan Andreska, Ph.D.
odborný garant exkurzí

Seznam exkurzí a informace o jejich propojení na RVP

NÁZEV	GARANT, LEKTOR	INTERDISCIPLINÁRNÍ PROPOJENÍ	DÉLKA
1 Vysokohorská smrčina jako didaktický prostor	Ing. Jan Andreska, Ph.D.	botanika, zoologie, historie	5 dní
2 Sovy jako modelová skupina pro environmentální výchovu	RNDr. Jenny Andresková	zoologie, IT, environmentalistika	2 dny
3 Netopýři jako modelová skupina pro environmentální výchovu	PhDr. Pavla Špringerová	zoologie, IT, environmentalistika	2 + 1 den
4 Krajina středního Polabí jako didaktický prostor	PaedDr. Zdeněk Souček	botanika, zoologie	3 dny
5 Příměstská krajina jako didaktický prostor	PhDr. Jaroslav Vodička	botanika, zoologie, geologie	3 dny
6 CHKO Český Kras a CHKO Křivoklátsko jako výukový prostor	doc. PhDr. Petr Dostál, CSc.	botanika, zoologie, geologie	3 dny
7 CHKO Blaník jako didaktický prostor	prof. RNDr. Lubomír Hanel, CSc.	botanika, zoologie, geologie, environmentalistika	3 dny

Exkurze jsou určeny pro všechny pedagogické pracovníky, bez rozlišení stupně školy.

O AUTOROVÍ

RNDr. Alice Bílá, Ph.D.

Vystudovala učitelství všeobecně vzdělávacích předmětů v kombinaci matematika-biologie na PřF UK a PedF UK v Praze. Doktorský titul získala v tvůrčím prostředí Katedry matematiky a didaktiky matematiky na Pedagogické fakultě UK v Praze. Profesně se zabývala kognitivní diagnostikou žáka na základě jeho písemného projevu, matematickými pohádkami či introspekci v didaktice matematiky. Vyučovala matematice na různých typech škol. Podílela se na činnosti Hnutí Brontosaurus, krátce vyučovala biologii na gymnáziu, pracovala jako lektor ekologických výukových programů ve sdružení TEREZA či jako koordinátor EVP v Ekocentru Podhoubí.

ANOTACE

V brožurce se zabýváme problematikou slovních úloh zejména na 1. stupni základní školy. Zastavíme se u formalismu při řešení slovních úloh a naznačíme cesty, jak formalismu předcházet. Objasníme metodu tvorby úloh „Co když ne?“ a myšlenku „izomorfismu“ úloh. Některé slovní úlohy s environmentálním či přírodovědným obsahem analyzujeme z hlediska reálnosti a pravdivosti, na některých případech ukážeme, jak by šly úlohy rozvinout. Zastavíme se u několika úloh, kde přírodovědné či environmentální pozadí ne zcela odpovídá realitě a právě takovéto úlohy se stanou odrazovým můstkem projektu, ve kterém děti mohou odhalovat chyby a nepřesnosti v zadání slovních úloh a tvořit úlohy, z hlediska jejich environmentálního kabátu, přesnější. Brožurka si klade za cíl inspirovat učitele pro práci se slovními úlohami.

MATEMATIKA Z LIDSKÉ STRÁNKY ANEB BELETRISTICKÝ POHLED NA SLOVNÍ ÚLOHY

Každý, kdo ukončil základní vzdělání, se setkal s množstvím slovních úloh. Co v nás slovní úlohy zanechají i po ukončení základní školy? Úsměvný beletristický přístup spisovatele Leacocka je dokladem toho, jakou stopu zanechaly slovní úlohy v jeho životě. Slavný kanadský humorista úsměvně, ale výstižně líčí svůj pohled na slovní úlohy takto:

„A, B a C aneb matematika z lidské stránky

Žák studující aritmetiku, který zvládne čtyři základní početní výkony a nedá se zlomit ani zlomky, se náhle octne tváří v tvář nesmírné rozloze otázek, známých jako slovní příklady, ačkoliv nejsou příkládány, nýbrž ukládány, a měly by se tedy spíš jmenovat úklady. Jsou to krátké povídky o lidské houževnatosti a pílí s vynechaným koncem, a třebaže mezi sebou nezapřou až fádňní rodinnou podobnost, nepostrádají přece jen jisté romantiky. Hrdinové zápletky takého příkladu jsou tři muži A, B a C. Forma otázky bývá přibližně tato: „A, B, C konají jistou práci. A vykoná za jednu hodinu tolik, kolik B za 2 hodiny nebo C za 4 hodiny. Vypočtete, jak dlouho jim ta práce trvá“. Nebo takováhle: „A, B, C kopou příkop. A vykope za jednu hodinu dvakrát tolik než B a B kope dvakrát rychleji než C. Vypočtete za jak dlouho atd.“ [...]

Zaměstnání, jimiž se A, B a C zabývají, jsou mnohá a rozmanitá. Ve starých početnicích se spokojovali s tím, že konali „jistou práci“. Shledalo se však, že takové vymezení je příliš tajnůstkářské a dvojsmyslné, nebo snad nemá dost romantické přitažlivosti. Proto přišlo do módy určovat dotyčný výkon přesněji a nechat naše hrdiny závodit v chůzi či veslování, kopat příkopy nebo rovnat dříví. Někdy se u nich projeví komerční sklon, takže se stanou společníky firmy, kde se svým tajnůstkářstvím vlastní „jistý kapitál“. Nade všecko si však libují v pohybu. Když mají dost závodů v chůzi, A jezdí koňmo nebo si vypůjčuje bicykl a hladce předhání

své méně důvtipné druhy. Někdy se předjíždějí na lokomotivách, jindy ve člunech a opět propadnou zálibě v historii a závodí v dostavnících. Občas je jim horko, a tak plavou. [...]

V začátečnických kapitolách aritmetiky se jejich totožnost tají pod jmény Jenda, Vilík a Jindra a hádají se, jak si rozdělí kuličky. V algebře se často jmenují X, Y, a Z. Jenže to jsou jenom křestní jména, a ve skutečnosti jde stále o tytéž osoby“.

(Leacock, 1971)

SLOVNÍ ÚLOHY Z HLEDISKA UČITELE MATEMATIKY

Ve školské praxi jsou slovní úlohy chápány spíše jako úlohy zaměřené na praktický život, jako praktický problém, jako úlohy odrážející reálné životní situace. Na rozdíl spisovatele Leacocka jim obvykle říkáme úlohy nikoliv příklady a jako učitelé se snažíme, aby nebyly dětmi chápány jako úklady. Jejich případnou romantickou přitažlivost pokládáme za dobrý vklad zejména pro silný motivační charakter a uvědomujeme si, že vyřešit správně slovní úlohu znamená:

- porozumět situaci dané úlohy,
- propojit ji s dosavadními znalostmi a zkušenostmi a kriticky danou situaci zhodnotit,
- teprve následně aplikovat matematický aparát na danou situaci,
- zpětně zauvažovat, zda výsledek matematického modelu úlohy odpovídá dané situaci, případně situaci znovu analyzovat a upravit výsledek tak, aby vyhovoval situaci slovní úlohy.

Právě slovní úlohy, k jejichž vyřešení postačuje matematický aparát vyučovaný na 1. či 2. stupni základní školy (a odpovídajícím ročníkům víceletých gymnázií), bývají součástí testů z obecně studijních předpokladů na vysoké školy. Na slovních si úlohách ceníme zejména toho, že k jejich vyřešení je třeba zapojit komplexnější a vyšší kognitivní funkce, tvrdíme, že jejich řešením budujeme klíčové kompetence. Mezinárodní

výzkumy, např. výzkum matematické gramotnosti, PISA 2007 či 2009, však ukazují to, co učitelé tuší: žáci našich škol mají problémy zejména s úlohami, kde mají své matematické poznatky uplatnit při řešení běžných životních problémů. Volfová (2009, str. 73) situaci shrnuje takto: „[žáci] k slovním úlohám přistupují formálně, slovní znění úlohy berou jen jako prázdný obal, kterým se nezabývají, pro ně je úkolem dosadit čísla z textu úlohy do (obvykle právě probíraného) algoritmu a dojít k výsledku, který se v optimálním případě shoduje s výsledkem uvedeným v učebnici. Mnohé úlohy bývají takto i vytvářeny – k danému matematickému postupu, který má být procvičen a upevněn, se hledají různé ‚obaly ze života‘. Je třeba rozlišovat, kdy jde jen o ‚cvičnou‘ úlohu a kdy jde skutečně o úlohy aplikační, pomocí kterých má být školní matematika ‚spojena se životem‘ a žákům ukázána vhodnost a užitečnost matematických postupů. Nedostatek času k úvahám kolem věcné náplně úloh vede k tomu, že i dobře vytvořené praktické úloze se dostane jen výše uvedeného formálního zacházení, že si žák ‚věcné náplně‘ úlohy ani nevšimá.“

Chybí tedy zařazení slovních úloh ve vyučování jaksi bez návaznosti na téma právě probírané? Mají žáci dost zkušeností s řešením úloh nikoliv v rámci „daného tématu“? Vždyť v úlohách PISA žáci mohou jen těžko odhadnout postup řešení bez náležitého vhledu do úlohy, žák, který na úlohu formálně nasadí jakýsi matematický algoritmus, na úloze ztroskotá stejně jako ten, kdo neporozumí situaci úlohy třeba z důvodu komunikační bariéry (třeba způsobené nejasným slovem) nebo jinou životní zkušeností (žák třeba nemá zkušenost s tapetováním a neuvědomí si, že se podlaha ani okna netapetují ...).

O odstranění formálnosti při práci se slovními úlohami se u nás poctivě snaží mnozí učitelé (i tato brožurka by ráda přispěla svým dílem), a tak v poslední době vznikají zajímavé projekty a nápady, jak se slovními úlohami pracovat. Mluví se o úlohách s nadbytečnými údaji i o úlohách s nedostatečnými údaji, o úlohách, kdy musí řešitel nějaký důležitý údaj doplnit, o úlohách, kdy žák sám hledá, jakou otázku má smysl položit. Jedním z dobrých nápadů je též použití matematické pohádky jako slovní úlohy. Učitel může např. sáhnout po kouzelné knížce Marka Ve-

selého „Bylo nebylo: matematické pohádky: pro 2. stupeň ZŠ“ (Veselý, 2006). Ač je v názvu uvedeno, že jde o pohádky pro 2. stupeň, i některé dítě ve věku prvního stupně jimi může být přitahováno a rádo se pustí do řešení některých z nich. Děti mohou například odpovídat na otázky typu Kolik bylo v Kotrčově lese stromů a kolik jich zasadila Josefka, když hajný Robátko odjel na jelenu?, Šíp kterého careviče letěl nejrychleji?, Kolik vypije Smolíček za rok mléka?. Další knížkou zabývající se matematickými pohádkami, je kniha Libuše Hozové (Hozová, 2006) nazvaná Matematické pohádky (111 úloh), ve které krásu matematiky zprostředkují čtenáři a počtáři, dvě děti (Mat, Ema) a fenka Tika. Další pěkné příběhy zvané Násobáčci vytváří pro své žáky Alena Vávrová. Jsou určené zejména pro 5. a 6. třídu a je v nich potřeba dopočítávat některé údaje. Oproti matematickým pohádkám Marka Veselého dává do jednoho příběhu mnohem více matematických úloh. O těchto příbězích Alena Vávrová referovala na konferenci Dva dny s didaktikou matematiky 2010 a bude o nich pojednávat ve sborníku z konference a některé budou ve sborníku z konference k dispozici.¹

Jiným dobrým nápadem je použití tzv. integrovaných slovních úloh. Jak uvádí Rakoušová (2009, str. 60), jsou to úlohy, které „jsou nástrojem součinnosti a spolupráce jednotlivých oblastí a oborů RVP a které zajišťují využívání a aplikaci obsahu vyučovacích předmětů školních vzdělávacích programů v podmínkách tematického vyučování.“ V jedné úloze tak sledujeme jednak předmětové cíle (např. žák čte s porozuměním text slovní úlohy, žák aplikuje pravidlo pravopisu přídavných jmen při doplňování i/ý do textu – jazyk a jazyková komunikace, rozumí přízpusobením organismu prostředí na příkladu pštros dvouprstý – člověk a jeho svět...) a jeden integrovaný cíl – žáci diskutují o různých zadáních a řešení slovní úlohy z hlediska smysluplnosti a reality. V úloze tedy např. chybí písmena, která má žák doplnit, mohou chybět slova, která jsou pro úlohu podstatná, vyřešení nastoleného problému

1 Sborník z konference teprve vyjde, je možno se informovat na stránkách Katedry matematiky a didaktiky matematiky UK – PedF, event. na stránkách SUMY: (<http://class.pedf.cuni.cz/NewSUMA/Default.aspx?ClanekID=134&PorZobor=2&PolozkaID=-1>), nebo případně přímo na katedře. Texty některých „Násobáčků“ může laskavě poskytnout paní učitelka na mailu: vavrova@zskodanska.cz

se může ubírat různými cestami, a tak úloha může mít různé postupy řešení a různé výsledky. V otázce „Jak dlouho bude Veronika vařit natvrdo tři pštros_ vejce?“ budeme uvažovat, proč a kdy by je vařila natvrdo (např. přijdou hosti, pracuje v hostinci), kdy postupně (chce-li uvařit vejce jen pro svou rodinu, nemá dost veliký hrnec atd.). Důležitá u těchto úloh je zejména společná diskuse nad úlohou, aby žáci pochopili situaci úlohy, jednotlivé informace v úloze a mohli nacházet různá řešení.

Ukázka integrované slovní úlohy (převzato z Rakoušové, 2009)

Afříčt_ pštrosi žijí na otevřeném prostranství. Mají dlouhé, silné nohy se dvěma prsty. Jsou výtečn_ běžci. Mezi ptáky klade největší vejce pštros dvouprst_. Pštros dvouprst_ snáší nejvíce 60 vajec s velmi tvrdou skořápkou. Tvar vejce má význam pro odolnost proti tlaku a rozbití. Pštros_ vejce dokonce odolají hmotnosti 115 kg. Na zemi v důlku zahřívají vejce střídavě oba rodiče. V některých oblastech se pštrosi chovají nejen pro vejce, ale také pro maso. Také u nás se pštrosi chovají na farmách. Veronika zjistila, že jedno pštros_ vejce se vaří natvrdo po dobu čtyřiceti minut. Jak dlouho bude Veronika vařit natvrdo tři taková pštros_ vejce?

Další z cest, jak proniknout hlouběji do řešení slovních úloh, je slovní úlohy vytvářet. Některé děti bývají velmi tvořivé při vytváření slovních úloh, pro jiné je naopak vytvořit úlohu oříškem. Proto se někdy ukazuje vhodné dětem situaci více omezit: Jaké má mít úloha hrdiny? Jakou situaci má popisovat? K jakému matematickému postupu má směřovat? Kolik má mít řádků? Jako učitelé jsme se každý setkali se situací, kdy chceme gradovat obtížnost slovní úlohy, nebo naopak, vytvořit např. pro potřeby srovnávacího testu dvě srovnatelné úlohy. I takový problém může být pro děti zajímavý.

V některých publikacích je výchozí situace slovní úlohy dále rozvíjena a obměňována, autoři mluví o tzv. hroznech problémů, problémové situaci apod. Pro naše účely zde budeme mluvit krátce o slovních úlohách.

Co je úloha v environmentálním kabátě, ukázky úloh

Těžištěm tohoto projektu jsou slovní úlohy, které nějakým způsobem reflektují environmentální či přírodovědnou výchovu či vzdělání. Je-li principem environmentální výchovy a vzdělávání výchova a vzdělávání v přírodě, o přírodě a pro přírodu, pak ve slovních úlohách v environmentálním kabátě půjde řeč o zvířatech, bakteriích, rostlinách, krajině, půdě, větru, rybnících, energiích a samozřejmě vztazích, jednáních na úřadech, chování.

Nebudeme se zde příliš zabývat druhy úloh dle matematického kalkulu a řešení, půjde nám o vytipování a hodnocení těch úloh, které v sobě mají environmentální potenciál. Není mi známa žádná sbírka slovních úloh, která by se úzce zaměřovala na slovní úlohy s přírodovědným či environmentálním kabátem, s výjimkou sbírky Dohoní gepard klokan? (Novotná, Bílá, Fritsová, 1997). Tato sbírka je však určena žákům a jejich učitelům na 2. stupni ZŠ,² přesto by z ní jistou malou část mohli ocenit i učitelé 1. stupně.

Například následující úlohu (fiktivní odstrašující příklad odpadového hospodaření v jednom městečku) (Novotná, Bílá, Fritsová, 1997, str. 17) z uvedené sbírky by mohli žáci prvního stupně řešit výpisem všech možností a uvážení, která možnost nastane dle podmínek úlohy.

2 Některé údaje ve sbírce jsou staršího data, protože sbírka vznikala v roce 1997, proto je dobré některé úlohy aktualizovat (např. tok odpadů z roku 1990 už asi nebudeme používat).

Úloha:

V jednom městečku se radní radili, jaké tři projekty (zavedení separovaného sběru, výstavba skládky, zprovoznění kompostárny) budou realizovat. Který projekt realizují, chtějí-li vyhovět následujícím požadavkům tří radních a mohou-li z finančních důvodů zaplatit nejvýše dva projekty?

První radní: Přijímám všechny návrhy. Jsem pouze proti tomu, aby se postavila skládka a neprovozoval separovaný sběr.

Druhý radní: Jestliže se nezprovozní kompostárna, potom nelze zavést separovaný sběr typu sklo zelené, bílé, papír, bioodpad.

Třetí radní: Jestliže se zprovozní kompostárna, potom by měla být vybudována i skládka tuhých komunálních odpadů.

Možné řešení:

Skládka	Separovaný sběr	Kompostárna	
+	+	-	v rozporu s požadavkem 2. radního
+	-	+	v rozporu s požadavkem 1. radního
-	+	+	v rozporu s požadavkem 3. radního
+	-	-	v rozporu s požadavkem 1. radního
-	+	-	v rozporu s požadavkem 2. radního
-	-	+	v rozporu s požadavkem 3. radního
+	+	+	v rozporu se zdroji financí
-	-	-	Není v rozporu s požadavky úlohy.

Chtějí-li v městečku vyhovět všem radním a neseženou-li další finanční zdroje, nebudou moci postavit žádný z projektů. Přírodě ani sobě tím ovšem neprospějí.

Úlohy je možno řešit vytvořením šikové tabulky a vhodným zanesením důležitých údajů (tabelizací) či výpisem všech možností a jejich uvážení, důležitá je diskuse nad otázkami:

- Jak se městečko jmenovalo? (třeba Kocourkov)
- Co by mohli po vyhodnocení situace radní udělat? (Změnit své požadavky? Jak byste je změnili Vy?)
- Jak vypadá situace ve Vaší obci? Jak to vypadá za hranicemi republiky? Kde jste byli o prázdninách za hranicemi? Třídí tak také odpad? Jsou u nás dnes obce, kde není zaveden separovaný sběr? Když jste byli na prázdninách, setkali jste se s městem, vesnicí u nás, kde není separovaný sběr zaveden?
- Kam nosíte prošlé léky a proč?
- Co rozhodně nesmí skončit v kontejneru (popelnici) na směsný odpad a proč? (léky, domácí chemie, elektronika...)
- Čím jsou radní v úloze omezeni? Je to tak i v běžném životě? Co jsou radní povinni dodržovat? Znáte svého radního (starostu)?
- Jak by šla úloha pozměnit, aby více odpovídala dnešní situaci, kdy separace odpadu je již běžnou a ze zákona povinnou záležitostí?
- Co jiného by mohli radní projednávat?
- Jaké projekty týkající se domovního odpadu byste navrhli vy?

Jinou ukázkou je úloha z domácího chovu slepic z téže sbírky (Novotná, Bílá, Fritzová, 1997, str. 8).

Úloha

Kdybychom v ptačí říši hledali příklad mnohoženství, nešli bychom dál než na dvorek. Každý kohout má kolem sebe hejno slepic. V naší skupině (10 slepic + 1 kohout) jsou tři plemena a každé snáší jiné množství vajec za týden: první plemeno tři vejce týden, druhé čtyři vejce týdně a třetí pět vajec za týden.

- a) Kolik vajec za týden můžeme maximálně od tohoto hejna získat, budeme-li mít ...slepice plemena, které snáší tři vejce za týden, ... slepice plemena které snáší čtyři vejce za týden? Je v úloze důležité slovíčko nejvíce? Proč? Za tečky si každý prosím doplňte vhodná čísla, spočítejte alespoň tři možnosti.
- b) Kolik vajec týdně můžeme maximálně získat od tohoto hejna?
- c) Kolik vajec můžeme získat nejméně?
- d) Kolik vajec můžeme získat za týden od tohoto hejna? Uvažte všechny možnosti.
- e) Po čase se situace změnila, některé slepice jsme snědli, zůstalo pouze pět slepic plemena, které snáší pět vajec za týden. Můžeme na základě údajů v úloze zjistit, kolik můžeme získat od vajíček od těchto slepic za rok? Za život?

K vyřešení této úlohy opět stačí vytvořit vhodnou tabulku či zápis a rozmyslet si požadavky dané úlohou:

- b) První plemeno: má-li přispět do celkového maximálního počtu vajec, je třeba, aby přispělo nejmenším nenulovým počtem vajec, tj. jedna slepice... 1 týden... 3 vejce.

Druhé plemeno: má-li přispět do celkového maximálního počtu vajec, je třeba, aby přispělo nenulovým nejmenším počtem vajec, tj. jedna slepice... 1 týden... 4 vejce.

Třetí plemeno: slepice tohoto plemena snáší nejvíce, proto budeme chtít, abychom měli maximální počet slepic právě tohoto plemena (kohouti nenesou), tedy 8 slepic...1 týden...5 vajec.

Celkem: 47 vajec.

c) 0 vajec

d) 0 až 47 vajec, slepice mohly zanášet, nemusely nést apod.

e) Nemůžeme. Slepice na dvorku nesnášejí vajíčka pravidelně, v zimě je vajíček méně. Proto se také často uvádí snůška za rok. Uvádí se, že v jednom snáškovém cyklu mohou nosná plemena snést 200 i více vajec.

Má-li úloha naplňovat environmentální potenciál, je třeba rozebrat věcnou náplň úlohy a zaměřit se na otázky typu:

- Co je to plemeno? Jak slepice různých plemen od sebe poznáme? Jak vypadají různá plemena slepic? Jmenujte alespoň název jednoho plemene. (Leghornka, Minorka, Plymutka, Vlaška, Rodajlendka, Faverolka)
- Jak to, že nevíme, kolik slepic jakých plemen máme na dvorečku? Jak se to mohlo stát? (Přišla liška nebo kuna, nevíme, kterou slepici odnesla, ztratili jsme doklad o nákupu kuřat atd., někdy obtížné odlišení zejména u mladých zvířat.)
- Je to pravda, že různá plemena snášejí různé množství vajec? Proč? Co to asi jsou masná plemena?
- Proč se v úloze uvádí snůška slepic za týden, ne za den, nebo za měsíc? Za jaké období se většinou uvádí snůška vajec v knihách určených chovatelům? Proč? Jakého stáří se dožívá slepice? (Na dvorečku může žít slepice až desítku let. Výkonná nosnice snáší asi 6 let, kdy vyčerpá zásobu vajíček, v prvním snůškovém cyklu

(11–12 měsíců) snáší nejvíce vajíček, ve druhém snáší méně vajíček, ale jsou větší, takže celková hmotnost je přibližně stejná.) Jsou-li slepice chovány někde na dvorečku, kam snášejí vajíčka? Kdo by si na vajíčkách ze dvorka rád pochutnal mimo Vás? A na slepicích?

- Co jsou tzv. bio-vajíčka?
- Jakou spotřebu vajíček máte za týden? Kolik nejméně slepic snáší vajíčka pro Vaši rodinu, pro Vás? Rozlišujte vajíčka v potravě (v polévce, v palačinkách) a vajíčka jako pokrm. Kolik zaplatíte za vajíčka? Kolik stojí vajíčko v obchodě? Za vajíčko od slepice z klecového chovu a z chovu na podestýlce? A za bio-vajíčko v obchodě? (až 8 Kč)
- Kolik zaplatíte za vajíčka, budete-li je kupovat přímo od paní Veselé, která ve vesnici Veselov slepice na svém dvorku chová? (obvyklá cena v roce 2010 se pohybuje kolem 3 Kč)
- Co potřebujete pro chov slepic na zahradě, dvorečku? Čím se živí? Co se přidává kuřatům a slepicím? Námětem na další rozvoj této úlohy by bylo zjistit množství krmení pro takové hejno slepic, spočítat náklady vč. nákladů na pořízení kuřátek, výběhu, kurníku... Nezapomenout ani na nutnou péči o slepice, potřeba přístupu k pítku, k potravě, zavírání a otvírání kurníku, čištění kurníku apod.
- Jaké jsou životní podmínky slepic v tzv. průmyslovém chovu? Co je klecový a co je halový způsob chovu? Jaké jsou rozdíly v těchto chovech (výhody, nevýhody) oproti chovu u babičky na venkově?
- Co je kapoun? (vykastrovaný kohout) Co to je kvočna? (slepice stáří minimálně 12 měsíců, schopná vysedět a postarat se o mláďata, obvykle kvoká, sedí na vejcích, atd.), co je kuřice (nedospělá samice před snáškou, snášet slepice může začít tak od 4–6 měsíců), nosnice (snáší vajíčka)?

- Jak dlouho asi člověk chová slepice? Kde byl rozšířen předek kura domácího? (Ke zdomácnění kura bankivského došlo kolem roku 3000 př. n. l. v Asii, uvažuje se i době kolem roku 10000 př. n. l.)

Pochopitelně, úloha skrývá další možnosti k počítání, cena za kuřici se v roce 2010 pohybuje kolem 120–150 Kč/kus, různá cena bio-vajíček a normálních vajíček nabízí vytvářet a počítat úlohy typu: „Potřebuji koupit 10 vajíček. Mám 55 Kč. Kolik bio-vajíček mohu koupit? Uvažte, po jakém množství se prodávají bio-vajíčka v obchodě, po jakém množství se prodávají obyčejná vajíčka? Znáte obchod, kde se prodávají vajíčka po kusech?“

Mnoho zajímavých informací o kuru vč. fotografií některých plemen můžete získat v encyklopedii Svět zvířat XII. (Červená, Anděra a kol., 2001), o podmínkách velkochovu můžete čerpat např. z materiálů ing. Vacka (Vacek, on-line). Je možné využít přesah této úlohy do základů společenských věd (*environmentální etika, welfare*).

Projevy chování kurů je samozřejmě nejlépe pozorovat (a popisovat) s dětmi někde na zahrádce, není-li ta možnost, lze doplnit např. částmi videa (Baranyiová, Štarha, Balážová, on-line).

Výše uvedené úlohy naznačují, jak taková úloha v environmentálním kabátě může vypadat a jak s ní pracovat.

Za úlohu v environmentálním kabátě však považujeme i úlohu, u které nebudeme příliš rozvíjet její environmentální potenciál, ale např. trénovat řešení školské slovní úlohy či kalkul. Úloha typu „**Na jednom rybníku bylo 20 kachen, na druhém 43 a na třetím šestnáct. Kolik bylo všech kachen dohromady?**“ bude tedy pro nás též úloha v environmentálním kabátě.

Proč používat slovní úlohy v environmentálním kabátě při výuce

Výše uvedené úlohy ukazují, jak mohou takové úlohy vypadat. Jaká nás jako učitele žene motivace, úlohy v environmentálním kabátě používat?

Zcela určitě pomocí nich chceme, jak již bylo výše naznačeno, pomáhat odstranit formalismus v řešení úloh: učit děti kriticky myslet, trénovat vyšší kognitivní funkce, spojovat a propojovat fakta z různých oborů, uvědomovat si reálnost a smysluplnost úlohy a výsledku, chceme na nich ukázat propojení s reálným světem, také však trénovat matematické dovednosti a schopnost aplikace. Též však podporovat motivaci dětí ke zvědavému zkoumání, tvoření, ptaní, hledání...

Zároveň jimi chceme děti motivovat k počítání a řešení úloh. Je známo, že dítě bude úspěšnější v řešení matematické úlohy, bude-li pracovat v kontextu, který ho přitahuje a který zná, než na pro něj nelákavém. A obráceně to platí též, nelákavý kontext může odradit.

Přírodovědně orientované dítě má dnes často ve třídě složitou pozici, ostatní se např. zajímají o auta, je auta nezajímají, někdy se spolužáci vysmívají jeho názorům, či znalostem (např. nejmenovaný desetiletý klučina se stěžoval matce, že se mu spolužáci smějí, protože řekl, že žralok je paryba). Dopřejme takovému dítěti environmentální kontext úlohy, když je to možné a vhodné. Některé přírodovědně orientované děti matematiku a počítání nemají v oblibě a tyto typy úloh by mohly mít pro jejich matematický rozvoj silný motivační účinek.

Používáním slovních úloh v environmentálním kabátě však též chceme přispět všem dětem, přispět v názoru, že svět přírody je zajímavý a že stojí za zkoumání, ukázat, že náš svět škol, bytů, obchodů je světem umělým, uměle odtrženým od přírodního prostředí, že všichni žijeme na jedné Zemi a jinou mít nebudeme... Pomocí slovních úloh chceme jaksi nenápadně podsouvat myšlenky a velké cíle environmentální výchovy. Jako učitelé, kterým jde o budoucnost Země a budoucnost dětí, věříme, že setkává-li se dítě s obdobnými zadáními, probíhá i tzv. skryté učení týkající se přírodovědných znalostí, formování názorů, postojů příznivých ŽP apod. Řečeno slovy doc. Šimoníka: „*V dnešní pedagogice stále více doceňujeme tzv. nezáměrné, neúmyslné a živelné učení a také „skryté“ působení na utváření žádoucích hodnot a postojů, které hrají v životě člověka velmi významnou roli.*“ (Šimoník, 2010, str. 75).

Nemůžeme-li do přírody, pozvěme přírodu alespoň zprostředkovaně do třídy i ve slovních úlohách.³ Jinými slovy: prostředí úlohy též řešitele ovlivňuje, je to však tak, jak bychom jako učitelé EV rádi? A jak bychom rádi? V současnosti se někdy mluví i o tzv. bezděčném, podprahovém učení, nezáměrném učení nebo i o skrytém kurikulu. Výzkumy jsou však v tomto směru na začátku.

Pochopitelně, možnosti naplňování cílů environmentální výchovy v rámci vyučování matematice (i s přihlédnutím k projektovému vyučování) jsou omezené. Inu, jak říká Emilie Strejčková, nestorka ekologické výchovy: „*Život nedává nic zadarmo. Utečeš od praktického seznamování svých dětí s přírodou k pohodlnějšímu předávání informací pomocí slov a obrazů. Ušetřil sis čas, námahu a různé komplikace s deštníky, přepravou, bolením nohou, žízni a co já vím, čím ještě mohou děti obtěžovat rodiče na cestách za poznáním. Dítě jsi ale trvale ochudil o hloubku skutečných pravdivých zážitků, o nedeformované chápání souvislostí mezi vším, s čím jste mohli přijít do kontaktu.*“ (Strejčková, 1988, přejato z: Vošáhlíková, 2009, str. 28)

První letmý pohled do učebních materiálů

Již při letmé současné prohlídce učebnic a sbírek 1. stupně se zdá, že slovní úlohy, ve kterých jde o počítání švestek, stromů, brambor... a kde se trénují jednoduché vztahy: přidat, ubrat, porovnávat, odejít, přibýt, vyhrát... a zejména kalkul se jaksí vytrácejí ve srovnání s učebnicemi před sto, sto padesátí lety. Jak moc podporují současné učebnice matematiky odtržení od přírody? Samozřejmě chápu, že je jen dobře, když učebnice reflektují současný stav a děti počítají ve slovních úlohách cenu počítače apod., přesto osobně lituji, že environmentálně

3 V poslední době sílí hlasy volající po vyučování mimo třídu, školy podávají granty na zvelebování školních zahrad, stavbu altánů apod. Jančaříková (Jančaříková, online) uvádí, že více než 50 % výuky všech předmětů (tj. včetně mateřského jazyka a matematiky) je možné realizovat ve venkovním prostředí a že soustředění žáků není horší než ve třídě. Venkovní prostředí je považováno za podnětější a zdravější než vyučování v učebnách.

a přírodovědně laděných úloh není více, učiteli však nic nebrání takové úlohy ať již sám nebo spolu se žáky vytvářet.

Z matematického hlediska úlohy je jedno, zda děti počítají při práci se slovní úlohou typu kolik přibylo, kolik ubylo, kolik je ... s káňaty nebo auty, zaměřujeme se na rozvoj symboliky, porozumění textu úlohy, porozumění vztahům... Je však pro celkový rozvoj dítěte opravdu jedno, s jakými hrdiny či prostředím se děti setkávají ve slovních úlohách?

Počítáme-li však s dětmi víceméně tutéž slovní úlohu i s káňaty i auty a veverkami trénujeme u dětí schopnost abstrakce a vhledu, že úloha má stejné řešení pro káňata, auta i veverky, trénujeme symbolické myšlení, ukazujeme, že matematický model úlohy vyhovuje nákladákům i káňatům. O takovémto typu práce se slovními úlohami pojednává následující kapitola.

Idea korespondence (izomorfismu) úloh

Zkušený učitel matematiky často zařadí úlohu/y, které jsou vlastně matematicky stejné, jen mají jiný kabát, kontext, hrdiny. Někdy takové úlohy rekapituluje a vede děti k objevu, že to, že to, výsledek je stejný, není náhoda, že si úlohy svojí strukturou odpovídají, korespondují, mají jistou vnitřní podobnost, protože struktury v daných úlohách jsou izomorfní. Krásnou ilustraci práce učitele zaměřenou na žákův objev takovéto korespondence ukazuje Hejný v úžasné knize *Dítě, škola a matematika* (Hejný, Kuřina, 2009, str. 35–40). V této ilustraci jde ale o víc: je to ukázka vedení žáka věku prvního stupně k samostatnému odhalování nových myšlenek, ukázka propojování dílčích znalostí vedoucí k objevu znalosti vyšší, ukázka práce učitele i žáků za použití prostředků dramatizace a žákovské tvorby úloh. A navíc popis poznávacího procesu žáka v daném prostředí úloh a metodické komentáře inspirující učitele.

Hejný (Hejný, Kuřina, 2009, str. 35–40) popisuje autentický příběh ze školního prostředí, který se skutečně odehrál. Žáci v něm odhalují zna-

losti typu: „V plotě, který má n latěk, je $n - 1$ mezer“ a posléze pak korespondenci (izomorfismus) úloh mezi sebou.

Práci nad úlohami můžeme zkráceně popsat takto. Žáci řešili v průběhu dvou měsíců tři série úloh:

úloha 1: Kolik je mezer v latkovém plotě, který se skládá z několika latěk?

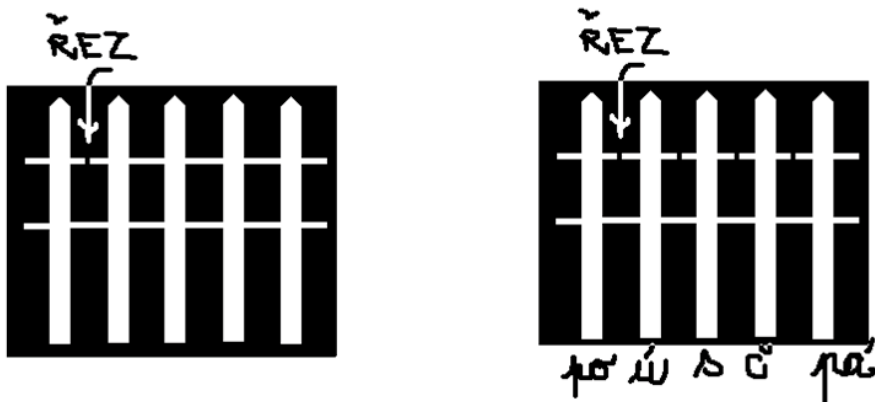
úloha 2: Kolik řezů musíme udělat, abychom rozřezali tyč na několik částí?

úloha 3: Kolikrát nastane půlnoc průběhu několika po sobě jdoucích dnů?

Pozn.: Úloha 1. je myšlena pro lineární díl plotu, viz následující obrázek.

Nejdříve žáci řešili sérii úloh 1 s konkrétními menšími čísly (např. 5, 6). Někteří žáci přišli brzy na to, že mezer je o 1 méně než latěk. Jiní museli vyřešit i další úlohy s malými čísly, aby tuto zákonitost objevili. K prověřování hypotézy sloužila v další hodině tato úloha s většími čísly (9, 12, 13) a nakonec byla úloha řešena pro velká čísla jako 153. Zde žáci již nic nezkoumali, vždy řekli učitelce číslo o 1 menší. Učitelce tedy sloužila velká čísla k ověření, že žáci jsou o správnosti nového objevu přesvědčeni. Potom, s postupem dvou týdnů řešili obdobným způsobem úlohy kaskády 2. a 3. Asi týden po vyřešení třetí série udělala učitelka rekapitulaci všech výsledků a zeptala se žáků, zda je to náhoda, že u všech tří úloh je odpověď o 1 méně. Ukázalo se, že některým dětem to je a některým není jasné. Chlapec Bruno, který ihned viděl a řekl, že úlohy jsou stejné, se pokoušel svoji myšlenku „úlohy jsou stejné“ vysvětlit ostatním, ale nakonec to zůstalo bez osvětlení. Po měsíci však tentýž chlapec přišel za učitelkou se svým novým nápadem, jak spolužákům vysvětlit stejnost úloh. Dohodli se, jak to pomocí obrázku (viz dále) chlapec udělá.

Vysvětlování ve třídě probíhalo přibližně takto: (podle Hejný, Kuřina, 2009, str.37)



(podle Hejný, Kuřina, 2009, str. 37)

Bořek: Zde je plot. Má jeden, dva, tři, čtyři – má čtyři mezery. Zde je ta tyč. Vezmu pilku a mezi laťkami plot rozřežu (řezání naznačil pohybem, udělal čárku jako řez). Pak rozřežu zde, potom tady, tady a nakonec zde. (Pokaždé Bořek do obrázku naznačil rez čárkou.) Řezal jsem mezerami v plotě.

Učitelka: Pět latěk. (Chce doplnit, co hoch zapomněl říct.)

Bořek: (Skočí učitelce do řeči.) Pět latěk... Latěk je pět, mezery jsou čtyři. Řezali jsme tedy čtyřikrát. Čtyři řezy. Pět je těch kusů. Latěk je pět, tyč je rozřezána také na pět kusů.

Učitelka: (ke třídě a pak přímo k Bohumile) Rozumíte, jak to Bořek vysvětluje? Je to jasné? Bohumilo, je ti to už jasné? (Dva nebo tři žáci říkají, že je to jasné.)

Bohumila: (nejistě) Trochu už ano, ... ale trochu ne.

Bohumila situaci pochopila, když Bořek namaloval písmena – zkratky dnů v týdnu – na plaňky plotu a ukázal souvislost s úlohou o půlnocích.

Učitelka chtěla ideu korespondence mezi úlohami prohlubovat a podporovat, proto zřídila koutek, kam žáci mohli zařazovat úlohy podobné úlohám 1. až 3. Žáci přicházeli i se zvláště zdařilými úlohami, do jejichž tvorby zapojili i rodinné příslušníky. Následující úlohy pak staly ozdobou koutku:

- Na provázku jsou střídavě navlečeny červené a modré kuličky. Obě krajní jsou modré a všech modrých je 153. Kolik je červených?
- Na tělocvičné akademii stálo v řadě 27 hochů. Pak přiběhla děvčata a mezi každé dva chlapce se postavilo jedno děvče. Ale na obou krajích stáli hoši. Kolik bylo děvčat?
- V plotě je 100 sloupků. Vzdálenost sousedních sloupků je vždy 1m. Jak (přibližně) je dlouhý plot? (předpokládáme lineární díl plotu, zanedbáváme šířku sloupku)

Dramatizace úloh

Tím však práce s úlohami neskončila. Byl to opět Bruno, kdo učitelce navrhl scénku, pomocí které by názorně ukázal, že všechny ty úlohy jsou navzájem podobné. Učitelce se jeho nápad zalíbil a spolu s deseti žáky scénku nacvičila. Scénka má čtyři dějství. V prvním dějství stojí na stupínku v řadě pět chlapců, u dveří čtyři dívky. Jeden žák přepočítává hochy i děvčata. Na pokyn se dívky postaví mezi hochy, opět se řekne, hochů je pět, dívek je o jednu méně. Ve druhém dějství hoši udělají čelem vzad, dívky odejdou ke dveřím. Na zádech má každý kluk na balicím papíru nakreslenou laťku plotu. Každý může vidět, že laťek je pět, mezery čtyři, o jednu méně než laťek. Ve třetím dějství se dívky opět postaví mezi chlapce, dívky tentokrát drží obrázek slunce (jako symbol dne) a kluci obrázek měsíce (jako symbol noci). Učitelka žádá děti, aby řekly (spočetly), kolik je slunců (dnů) a kolik měsíců (nocí). V posledním dějství se hoši rozestoupí, každý chlapec před sebou drží hůl (jako sloupek plotu). Každé děvče chytne dva sousední sloupky.

První dívka řekne „já jsem první metr“, druhá řekne „já jsem druhý metr“ atd. Nakonec všechny čtyři dívky skandovaně řeknou „jsme plot dlouhý čtyři metry“.

Hejný (Hejný, Kuřina, 2009, str. 41) též uvádí, že jeden hoch si na scénku vzpomněl o tři roky později při probírání číselné osy, kdy už jiná učitelka vysvětlovala, že body jsou hlavní a čísla jsou jen souřadnicemi bodů. Chlapec tehdy řekl, že týž herec hraje jednou bod a podruhé číslo, jako on hrál latku a pak slunce.

Úloha „VLK, KOZA A ZELÍ“ jako námět na práci s dětmi

Myšlenku izomorfismu slovních úloh lze dobře použít při vytváření úloh, jak bylo naznačeno výše. Jak tuto myšlenku použít pro práci se slovními úlohami, když nás zajímá spíše environmentální kabát? Ilustrací takovéto práce může být práce nad starou známou úlohou: Vlk, koza a zelí.

Úloha: (Pojman, on-line)

Na jednom břehu řeky je pasáček ovcí, vlk, koza, zelí a lodička. Vlk by rád sežral kozu, koza si dělá zálusk na zelí. Do lodičky může pasáček vzít jen jedno zvíře nebo zelí. Dvě zvířata nebo zvíře a zelí se na lodičku najednou nevejdou. Koza ani vlk pádlovat překvapivě neumí. Jak dostane pasáček vlka, kozu i zelí na druhou stranu tak, aby na jednom břehu nikdy nebyla koza s vlkem nebo se zelím bez dohledu pasáčka?

Úloha je spíše hlavolamem, hádankou, není to typickou úlohou pro praktický život, obvykle vlky nepřevážíme, rozvíjet logistické myšlení však můžeme potřebovat všichni. S dětmi podiskutujeme, zda je situace v úloze možná a proč (ano)? Reálná (nepříliš)? K čemu by pasáček potřeboval vlka? Kde k němu přišel? Jak se chovají zvířata během přepravy?

Po vyřešení⁴ (ať už ve skupinách či samostatně) se zaměřením na znázornění jednotlivých potravních vztahů mezi aktéry a s důrazem zápis logistického výsledku mohou žáci (ve skupinách) dostat takovýto úkol:⁵ přeformulujte úlohu tak, aby byl zachován vtip úlohy a vyskytovala se v ní jiná zvířata či potrava. Ukáže se, že někdy bude potřeba přeformulovat i další části úlohy, např. u trojice krajta–myš–tatranka není důvod, proč by se aktéři do lodičky nevešli. Je samozřejmě nanejvýš vhodné rozebrat potravní zvyklosti jednotlivých hrdinů, které děti vymyslí. Myslíte, že myš bude zrovna na lodičce žrát? Jak často žere krajta? Nebude zrovna nažraná apod.?

Které trojice přijmeme? Rozhodnutí je asi lépe nechat na třídě, aby vybrala zvlášť podařená znění. Kolik trojic a kolik smysluplných úloh se Vám podaří najít? Co považujeme za jedno řešení? Vlk–koza–mrkev a vlk–koza–jablko jsou jen jednoduchými obměnami téhož, budeme je počítat za 2 či jeden bod?

Úloha má i matematické pokračování: jak budeme s dětmi symbolicky zapisovat jednotlivé trojice? V čem se liší? Jde o uspořádané či neuspořádané trojice? Jak všechna řešení zpřehledníme? Je trojice hrdinů (a, b, c) různá od trojice (b, c, d), (d je různé od c.)? Najdete trojici hrdinů, kteří vyhovují předchozímu symbolickému zápisu? (Otázku řeší např. káně, myš, jablko \times myš, jablko, bakterie způsobující plísňovité onemocnění jablka, která nenapadá myši). Budeme bodovat každou z takových nalezených trojic? Máme-li trojici (a, b, c), může existovat trojice (b, a, d)? Naleznete další dvě trojice, které vyhovují symbolickému zápisu (a, b, c)-(b, c, d)? Jaké je řešení vytvořených úloh? Postupně děti mohou najít obecné řešení takto postavených úloh a získat vhled do úlohy, aby uviděly následující zákonitost: v úloze se vyskytuje ten, kdo žere a je žrán (koza), jeden, který žere a není žrán (vlk) a jeden, který je jen žrán (zelí). Mohou v takovémto obecnějším jazyce formulovat řešení.

4 Samozřejmě, i zde je dobré mít modely pro jednotlivá zvířata, příp. nechat žáky scénku sehrát.

5 Úkol může být i dlouhodobější, žáci mohou nosit znění úloh třeba během následujícího týdne, pak bude vyhodnocení

Dalším rozšířením je možnost diskutovat podmínkách a způsobu přepravy zvířat (např. mezi zoologickými zahradami, mezi chovateli, u pašeráků, přeprava zvířat na porážku, na závody, přeprava zvířat v hromadných prostředcích, pytlíky na ptáky či hady, přepravní boxy atd.).

Několik ukázek úloh se zavádějícím environmentálním kabátem či zavádějícím zacházením s úlohou

Snaha dětem přiblížit přírodu, učit děti environmentální senzitivě či zkrátka naplňovat vzdělávací cíle environmentální výchovy nebo jen zpříjemnit dětem počítání, je patrná u různých autorů. V následujících příkladech ukážeme, že je třeba si dát na environmentální či přírodovědné znění úlohy pozor. Chybička se občas vloudí všude. Je to asi tím, jak uvádí Novotný (Novotný, 2009, str. 824), že „biologové jsou dávno zvyklí na to, že k nim občas přestoupí nějaký ten fyzik či matematik. Tito cizinci pak dosahují v biologii často pozoruhodných výkonů. Zpravidla sice nezvládnou jemné biologické detaily, takže například počet druhů brouků, které spolehlivě poznají v lese, zůstává u přeučných fyziků v jednociferných číslech. Naproti tomu vnášejí do biologie inspirativní zobecnění a originální otázky, jiné, než si kladou ti, kteří se biology již narodili. Biologii tato multikulturnost jednoznačně prospěla. Emigrace do biologie je ovšem jednosměrná, neboť biologové se do fyziky či matematiky zpravidla nemíchají.“

Jak tedy může dopadnout dobře myšlená úloha v environmentálním kabátě?

Úloha „Jak starý je strom?“ je převzata z knihy určené žákům prvního stupně pro samostatnou práci doma (Malý školák, s Fragmentíkem do školy, 2005).

Úloha „Jak starý je strom?“ je zakódována v obrázku. Výzva zní: „**Jak starý je strom? Spočítej letokruhy na kmeni**“.

Prohlédne-li si dítě obrázek k úloze v knize a ví-li, že letokruhy se vytvářejí po roce, lehce se dopočítá věku stromu kolem deseti roků. Příro-

dovědně nadané a všímavé dítě si ale všimne rozporu: velikost stromu, tvar koruny a celkový habitus vůbec neodpovídá desetiletému stromu, ale stromu podstatně staršímu. Sedmdesát letokruhů by se do takto koncipovaného obrázku těžko malovalo, má jít o autorskou zkratku? Jaké je vlastně správné řešení? Co si z takové úlohy odnese dítě, které si rozporu nevšimlo? Bohužel, i nejlépe myšlená úloha, se někdy může minout cílem, ba co hůř, zapůsobit kontraproduktivně, s tím máme asi zkušenosti všichni.

Další úloha je vzata z Matematiky pro 1. ročník. (Landová, Staudková, Tůmová, 2009, str. 31)

V potoce je 10 ryb. 4 ryby uplaval. Kolik ryb zůstalo?

Dítě má „znázornit, vypočítat a napsat odpověď podle tabule“.

Po přečtení zadání této úlohy nás napadá: Zůstalo naživu? Zůstalo v potoce? Zůstalo ve vodě? Proč je otázka takováto?⁶ Co když nějakou rybu snědla vydra? Kdo a jak zjistil, že je v potoce právě 10 ryb (to je velmi netriviální záležitost)? Kam měly ryby uplavat? Proč? Jak dlouhý byl potok? Kdo a jak zjistil, že čtyři uplaval? Které ryby táhnou z potoka do moře? Které obráceně? V jakém období a proč? Které naopak do moře? Jaké ryby žijí v našich potocích? ...

6 Chápu, že úloha je teprve pro děti, které se učí číst, a proto text má být stručný, ale nejspíš by trochu přesnosti spíše pomohlo k porozumění situaci. Jinak by žák mohl celkem smysluplně odpovědět, že ve vodě zůstalo čtrnáct ryb apod. a má pravdu vzhledem k svému chápání situace, otázka není jednoznačně formulována, i když je dešifrovatelná.

I jiným úlohám v tomto pracovním sešitě by prospělo více přesnosti nebo důkladný rozbor ze strany učitele. „Dana dala do vázy 10 květin. 1 zvadla. Kolik květin zůstalo?“ (Landová, Staudková, Tůmová, 2009, str. 32) je další takovou ukázkou. Bohužel, jistá paní učitelka uvádí pouze jediné řešení, reprezentované následujícím postupem: dítě má namalovat vedle sebe na řádku deset koleček, jedno kolečko zprava škrtnout, napsat zápis $10 - 1 = 9$, napsat odpověď „Ve váze zůstalo

Takové otázky by se mohly a některé asi i měly při práci s úlohou řešit (zejména: kde že ty ryby zůstaly), žel v jedné konkrétní třídě neřešily.

Následující příběh se odehrál v domácím prostředí později večer, kdy už obě jeho aktérky byly unavené a tlačené časem. Matka dívky kontrolovala práci své dcerky, předpokládala, že úlohu řešila holčička samostatně jako náhradu za zameškanou výuku ve škole. Přečetla si odpověď v sešitě „zůstalo tam 6 kapzů“. Poté jemně opravila písmeno z na r, a posléze, při bližším přečtení direktivně a autoritativně přeškrtnla slova kaprů a napsala slovo ryb. Dále se holčičky zeptala, jestli ví, proč v její odpovědi není slovo kaprů dobře. Holčička přikyvovala, že ano, že ona to ví, že v úloze je řeč o rybách. Paní učitelka jim prý ale řekla, aby napsali kaprů, protože neumějí psát psací r, ať napíšou z. Pak se dívka rozplakala, že paní učitelka to takhle nechce, že měli napsat kaprů. V rodině měla situace smírný konec, obě aktérky si věc vysvětlily, matka připustila svoji chybu: přílišné zasahování do materiálů dítěte, omluvila se, ale trvala na správné odpovědi, napsala po dohodě s dcerou do sešitu paní učitelce vzkaz. K celé věci se matka s dcerou příštího dne vrátily a dohodly se na postupech pro příště, situaci úlohy znovu rozebraly.

Proč se nám slovo kaprů v odpovědi nezdá vhodné (záměnu písmen zde pokládáme za irelevantní)? Jednak v úloze není řeč o kaprech, ale o rybách. Tedy o kaprech nevíme z úlohy vůbec nic. Navíc, kapr nežije v potocích s prudkým proudem, je přizpůsoben životu v klidnějších

9 květin“. Můj názor, že ve váze zůstalo deset květin (holt je jedna zvadlá) by dotyčná paní učitelka nejspíše neakceptovala. Neupozorňuje žáky na význačnost zadání, neučí žáky, jak úlohu formulovat jasně, nevede žáky k porozumění situace, pracuje s úlohou formálně.

Ne zcela přesně formulované úlohy (není-li jich mnoho) nabízejí možnost situaci úlohy ve třídě či skupinové práci zhodnotit, rozebrat, osvětlit, úlohu třeba různým způsobem přeformulovat a přijmout tak i vícero řešení. V matematice nám jde i o přesnost vyjadřování, ne? Podnětný příběh ze dvou bratislavských čtvrtých tříd týkající se úloh, které nabízely dvojí interpretaci, a o různém přístupu učitelů a žáků k těmto úlohám, je popsán v publikaci *Dítě, škola a matematika* autorů Hejného a Kuřiny (2009, str. 42–48).

a pomalejších vodách. Proud by např. jeho tělo s velkým povrchem snadno srážel na kameny, kapr by tak byl často zraňován. Rybáři dělí naše toky podle rychlosti proudu a obsahu kyslíku na tzv. rybí pásma (pásmo pstruhové, lipanové, parmové a cejnové), kapra bychom nejspíše našli v cejnovém pásmu, tedy pásmu pomalejších vod, s tůňemi, s menším obsahem kyslíku.

Další úloha je ze světa bezobratlých. (Novák, Kubátová, 2007, str. 46)

Úloha Housenka:

Vědec objevil vzácný druh housenky. Její tělo se skládá z hlavy a pěti článků. Každý článek je buď žlutý, nebo celý modrý. Přitom dva žluté články nikdy nejsou vedle sebe, modré však vedle sebe dosti často bývají. Kolik různých zbarvených housenek mohl vědec objevit?

Rozkreslením všech možností (0 žlutých...1 možnost, 1 žlutý... 5 možností, 2 žluté... 6 možností, 3 žluté...1 možnost) dostáváme 13 možností). V úloze je nepřesnost, nemluvíme o druhu housenky, ale o druhu (biologická kategorie) motýla. Další problém vyvstává s počtem článků. Tělo housenky lze, jako u každého zástupce hmyzu, rozdělit na hlavovou, hrudní a zadečkovou část, z nichž každá je tvořena několika články. Hlava vzniká splnutím 6 článků, ustálený počet článků je na hrudní části, housenka má 3 hrudní články, z každého z nich vyrůstá pár hrudních končetin (obdobně je to i u jiných zástupců hmyzu).⁷

Za hrudní částí je u housenky zadeček, jehož počet článků může kolísat, obecně u hmyzu může být až z 11 článků, většinou však méně (podle Obengergera, 1952, str. 7 a 356). Za články s hrudními nožkami bývá u housenek několik článků bez přívěsků (poznáme tak, že za nožičkami bývá na tělu mezera), a potom následují články s pahýlkovitými panožkami (počet panožek pomůže určit příslušnost do čeledi a kolísat, obvyklý počet je 2 až 5, často 4). Z posledních zadečkových článků vyrůstají některým housenkám (v závislosti na čeledi, jde i o de-

⁷ Zde bývá častá chyba v některých překladech, pavouk má 4 páry nohou, tj. 8 nohou, nepatří tedy mezi hmyz, ale mezi pavoukovce, klepítkatce.



(zdroj obrázku: Příspěvatelé Wikipedie, Otakárek fenyklový [on-line])

terminační znak) tzv. pošinky, jde o výrůstky protáhlého tvaru, jakýsi zvláštní typ panožek (podle Obengerger, 1952). Každopádně, pět článků je na housenku málo – viz obrázek.⁸

Jak si poradit s takovou úlohou? V tomto případě, má-li být zachována matematická podstata, by bylo lépe úlohu přeformulovat do řeči korálků, barevných PET-víček apod.

Jak si poradíme s takovými nepřesnostmi ve znění úloh? Jsou to opravdu chyby? Na jednu stranu bychom se je rádi naučili odhalovat, na druhou stranu je nepovažujeme za něco trestuhodného, něco zasluhujícího penalizaci, ale za běžnou součást života. Tyto nepřesnosti či chyby však mohou velmi negativně působit na děti (a rodiče) s tzv. přírodovědnou inteligencí.

Práce s chybou učitelovou, žákovou či jinou je častým předmětem práce výzkumníků v didaktice matematiky, je vedena snahou učiteli pomoci s ní vhodně pracovat. Zvláštní důraz je kladen zejména na chyby v myšlenkovém procesu poznávání matematických pravidel či souvis-

⁸ Další pěkné fotografie organismů lze pro školní účely získat na: <http://www.naturfoto.cz/>

lostí, ale nezanedbatelný důraz je kladen i na chybu v sociální či komunikační hladině. Hejný, Stehlíková, Novotná v publikaci Dvacet pět kapitol z didaktiky matematiky ne naplano slibují, že „...bude pozornost zaměřena především na učitele; na to, jak se staví k chybě žáka i ke své chybě; jak dovede pomoci žákům i sobě překonat frustrující vliv chyby; jak dovede tlumit strach z chyby; jak dovede chybu žáka využít k urychlení jeho rozvoje, a to jak kognitivního, tak i osobnostního; jak dokáže naučit žáka i sebe poučit se z vlastních i cizích chyb; jak dovede vést žáky k tomu, aby dokázali z chyb vlastních i chyb svých spolužáků vyvodit cenná poučení.“ (Hejný, Stehlíková, Novotná, 2004, str. 63).

Pro nás se staly výše uvedené nepřesnosti v environmentálním kabátě úloh výzvou hledat takové úlohy další a nabídnout žákům možnost takové chyby odhalovat – blíže viz projekt a tvořit úlohy z tohoto hlediska lepší.

Druhý letný pohled do učebních materiálů a rozlišení slovních úloh z hlediska EV

Zamyslíme-li se nad typy úloh z hlediska environmentálního kabátku, vidíme, že jsou minimálně trojího typu:

- úlohy – hlavolamy
- úlohy skutečně aplikační či ze života, úlohy reálné, kdy je to sám život, který nás nutí slovní úlohy formulovat a řešit,
- pohádky

Úlohou – hlavolamem je např. úloha typu vlk-koza-zelí, úlohy typu zebra nebo (přestože jde o kachny, které na těchto rybnících bývají) následující úloha Kachny:

Tři jihočeské rybníky hostily pět druhů kachen, březňačky, poláky, chocholačky, hoholy a kopřivky. Na rybníku Víra bylo o pět kachen méně než na sousedním rybníku Láska. Na rybníku Naděje bylo dvakrát více kachen než na rybníku Láska. Na rybníku Víra bylo šestnáct kachen. Kolik bylo kachen na těchto třech rybnících?

Úlohou aplikační či ze života je třeba úloha:

Čtrnáctikilogramové balení granulí pro psy stojí v obchodě 1 800 Kč. Kolik maminka zaplatí za granule pro své dva psy za dobu pobytu na horách? Na horách se budou osm dní oba psi, Tara i Ura, živit pouze granulemi. Tara váží asi 15 kg, Ura 22 kg. Jak je výsledek přesný? Na balení je následující tabulka:⁹

KRMNÝ NÁVOD	
HMOTNOST PSA (kg)	KRMNÁ DENNÍ DÁVKA (g)
2,5–7	65
7–13,5	130–200
13,5–22,5	200–260
22,5–31,5	260–390
31,5–45	290–500

Jako návod můžete dětem dodatečně dodat otázky: S jak velkou denní dávkou budete počítat a proč? Budou psi spíše aktivní nebo v klidovém režimu? Záleží na tom množství potravy? Bude stačit množství potravy? Můžete počítat s krmnou denní dávkou cca 500 g pro oba psy?

Úloha o víle je pak úlohou pohádkovou.

Víla Hopsala si natírá před večerem nožičky, aby jí nebolely a dobře se jí tančilo. Natírá-li si je sama, vydrží jí mastička 12 dní. Natírá-li víla mastičkou nohy pouze své kozičky, která s ní také tančí při měsíčku, vy-

⁹ Inspirační ceny k úloze převzaty z <http://www.ichovatelskepotreby.cz/zbozi/4434/Granule-pro-psy-Fresh-Mix-Medium-Large-Breed-Adult.htm>. [citace 23.3. 2010]

drží mastička 6 dní. Jak dlouho mastička vydrží, jestliže Hopsala natírá nožky sobě i kozičce?

Pochopitelně, úlohy z jednotlivých typů se můžou překrývat. Nebezpečí takových překryvů je v tom, že dítě nemusí odhalit, že jde o pohádku či hlavolam a údaj tam uvedený může dítě chápat jako reálný. Např. úloha Housenka je toho ilustrací. Další ilustrací tohoto je úloha o pštrosovi – viz Projekt.

Tvorba úloh metodou „Co když ne?“

Tvorba úloh obměnou úlohy původní je známá všem učitelům. Na semináři Dva dny s didaktikou matematiky 2010 představila Eva Patáková českým učitelům metodu „Co když ne?“¹⁰

Touto metodou nevytváříme pouze analogické úlohy úloze původní, obtížnost nově vznikajících úloh vzhledem k původní může být různá. Po výběru výchozí úlohy vytvoříme seznam vlastností a vztahů v této výchozí úloze. Pak si o každé položce seznamu můžeme říci „A co když to neplatí?“ a měnit jednu či více položek ze seznamu. Vytvářet tak nové úlohy a uvažovat jejich smysluplnost, reálnost, možnost. Vzniklé úlohy pak analyzovat, znovu formulovat atd.

V úloze Kachny budeme vytvářet seznamu vlastností např. takto:

- tři rybníky (A co když nejsou tři? ...ale dva? ...ale čtyři? ...atd.)
- šestnáct kachen na rybníku Víra (A co když je jiný počet? Jaký nejmenší, největší?)
- vztahy mezi jednotlivými rybníky, tj. např. na rybníku Naděje $2 \times$ více než na rybníku Láská? (A co když platí jiné vztahy, např. $5 \times$ méně, o 3 více?)

¹⁰ Sborník z konference teprve vyjde, je možno se informovat na stránkách Katedry matematiky a didaktiky matematiky PedFUK, event. na stránkách SUMY <<http://class.pedf.cuni.cz/NewSUMA/Default.aspx?ClanekID=134&PorZobr=2&PolozkaID=-1>>.

- šestnáct kachen (Co když nepočítáme kachny na rybníku, ale kapry? Nebo dravé ptáky pochopy?)
- šestnáct kachen na rybníku Víra (A co když na rybníku Naděje?)
- Co když jsou vztahy dány tak, aby nešlo zjistit, kolik je kachen na rybníku Naděje a nebylo to okamžitě vidět ze zadání úlohy?
- A co když nepůjde o rybníky, ale pole, les?

Některé takto vzniklé úlohy mohou být neřešitelné, některé mohou přesahovat možnosti tvůrce, každopádně lze takto získat celé baterie úloh a toto vytváření úloh může pomoci hlouběji proniknout do struktury úlohy a získat nové hezké úlohy. Metoda je svou jednoduchostí přístupná i žákům.

ZÁVĚR

Výše uvedené myšlenky (izomorfismus, tvorba úloh metodou „co když ne?“, důkladná analýza úlohy obohacená o environmentální rozměr, rozlišování kabátu úlohy na pohádkový a reálný...) jsou pouze jedním směrem, jak se slovními úlohami na 1. stupni pracovat. Stojí u základu projektu „Staň se recenzentem“ (viz dále), kde děti mají samy odhalovat nepřesnosti v environmentálním kabátu úloh a úlohy samy vytvářet.

Záleží však ponejvíce na nás, na učitelích, zda se při práci se slovními úlohami podaří kultivovat duševní svět žáků, a to nejenom jeho matematickou část. Právě slovní úlohy umožňují podnitit rozvoj v mnoha matematických i nematematických oblastech (čtenářská gramotnost, sociální a personální kompetence, vyšší kognitivní funkce apod.).

POUŽITÁ LITERATURA A ODKAZY

BARANYIOVÁ, E.; ŠTARHA, P.; BALÁŽOVÁ L. *Projevy chování kurů*. [on-line]. [cit. 24. 3. 2010]. Dostupné na <http://soubory.vfu.cz/fvhe/Verejne-vet-lekarstvi/Projevy_chovani_kuru/07_FRVS_Projevy_cho

vani_kuru.pps#2>. Další ukázky (nepodařilo se zjistit autorství) jsou pak dostupné na <http://soubory.vfu.cz/fvhe/Verejne-vet-lekarstvi/Projevy_chovani_kuru> (ukázky chování) [cit. 24. 3. 2010].

ČERVENÁ, A.; ANDĚRA, M. a kol. *Svět zvířat XII. Domácí zvířata*. Praha: Albatros, 2001. ISBN 80-00-00974-9. (Jde o jeden díl oblíbené encyklopedie „na hřbetu s pandou“).

HEJNÝ, M.; NOVOTNÁ, J.; STEHLÍKOVÁ, N. (edits) *Dvacet pět kapitol z didaktiky matematiky*. Praha : PedF UK, 2004. s. 63. ISBN 80-7290-189-3. Dostupné též na http://class.pedf.cuni.cz/NewSUMA/Download/Volne/SUMA_59.pdf [cit. 18. 11. 2009]

HEJNÝ, M.; KUŘINA, F. *Dítě, škola a matematika: Konstruktivistické přístupy k vyučování*, 2. aktualizované vydání. Praha : Portál, 2009. ISBN 978-80-7367-397-0.

HOZOVÁ, L. *Matematické pohádky. Pro čtenáře od 11 do 111 let. 111 pohádek*. Praha : HAV 2006. ISBN 80-903625-3-2.

JANČAŘÍKOVÁ, K. *Základy ekologie a problematiky životního prostředí pro pedagogy/Environmentální výchova/Prostředky environmentální výchovy a podmínky vyučování/Vyučování v terénu* [online]. Enviwiki [cit. 25. 3. 2010]. On-line získáno: <http://www.enviwiki.cz/index.php?title=Z%C3%A1klady_ekologie_a_problematiky_%C5%BEivotn%C3%ADho_prost%C5%99ed%C3%AD_pro_pedagogy/Environment%C3%A1ln%C3%AD_v%C3%BDchova/Prost%C5%99edky_environment%C3%A1ln%C3%AD_v%C3%BDchovy_a_podm%C3%ADnky_vyu%C4%8Dov%C3%A1n%C3%AD/Vyu%C4%8Dov%C3%A1n%C3%AD_v_ter%C3%A9nu&ol-did=8786>.

LEACOCK, S. *Literární poklesky*. Praha: Mladá fronta, 1971.

LANDOVÁ, V., STAUDKOVÁ H., TŮMOVÁ, V. *Matematika. Numerace, sčítání a odčítání do 10*, sešit č. 2. Vydání desáté. Praha : Alter, 2009. s. 31. ISBN 978-80-7245-174-6.

Malý školák, s Fragmentíkem do školy. Hádanky, doplňovačky, omalovánky. Fragment, 2005. ISBN 80-253-0090-0, nečíslováno (autor není uveden, pouze ilustrátor, jde o překlad)

NOVÁK, B.; KUBÁTOVÁ, E. *Počítejte s Klokánem.* Kategorie „Klokánek“. Olomouc : Pedagogické nakladatelství Prodos, 2007. str. 46. ISBN 978-80-7230-176-8.

NOVOTNÁ, J.; BÍLÁ, A.; FRITZOVÁ, H. *Dohoní gepard klokana? Sbírká úloh.* Praha : Prométheus, 1997. s. 17 a 18. ISBN 80-7196-081-0.

NOVOTNÝ, V. *Novoguinejský válečník, nudící se vdova Gouldova a soud o deset milionů dolarů.* Časopis Vesmír. Ročník 88 (139), 2009/12, str. 824. ISSN 0042-4544.

POJMAN, M. *Logické hádanky, zajímavé úlohy, hlavolamy.* [on-line] [cit. 24. 3. 2010]. Dostupné na http://hadanky.chytrak.cz/?h=koza_a_vlk

Prispěvatelé Wikipedie, *Otakárek fenyklový* [online], Wikipedie: Otevřená encyklopedie, c2010, Datum poslední revize 14. 04. 2010, 00:46 UTC, [cit. 23. 04. 2010] <http://cs.wikipedia.org/w/index.php?title=Otak%C3%A1rek_fenyklov%C3%BD&oldid=5221917>

RAKOUŠOVÁ, A. *Integrované slovní úlohy jako jedna z možností rozvíjení klíčových kompetencí žáků primární školy. Dva dny s didaktikou matematiky 2009.* Sborník příspěvků. Katedra matematiky a didaktiky matematiky. PedF UK Praha, 2009. s. 60–61. ISBN 978-80-7290-420-4.

ŠIMONÍK, O. *Příroda jako učebnice.* Rubrika Dopisy čtenářů. Časopis Příroda. Brno: vydavatel Extra Publishing, 1-2/2010, str. 75. ISSN 1803-3318.

VACEK, M. *Management a technika chovu hospodářských zvířat*. [online] [cit. 24. 3. 2010]. Dostupné na <<http://ksz.af.czu.cz/predmety/managementhz/index.html>>.

VESELÝ, M. *Bylo nebylo: matematické pohádky: pro 2. stupeň ZŠ*. Praha : Albatros, 2006. ISBN 80-00-01843-8, též dostupné na <<http://www.volny.cz/vesely.marek/>> [cit. 21. 3. 2010]

VOLFOVÁ, M. *Problémy kolem aplikačních úloh. Dva dny s didaktikou matematiky 2009*. Sborník příspěvků. Katedra matematiky a didaktiky matematiky, str. 73. Praha : PedF UK, 2009. ISBN 978-80-7290-420-4.

VOŠÁHLÍKOVÁ, T. *Role předškolního vzdělávání ve výchově k udržitelnému rozvoji. Zahraniční zkušenosti z lesních mateřských škol (Waldkindergarten) a možnosti jejich vzniku v ČR*. In: Člověk + příroda = udržitelnost? Texty o přeměně vztahů lidí k přírodě, environmentální výchově a udržitelnosti. Str. 28. Praha : Zelený kruh, 2009. ISBN 978-80-903968-5-2 [cit. 6. 11. 2009] Též dostupné na <<http://www.zelenykruh.cz/dokumenty/300409-clovek-priroda-fin.pdf>>.

<http://www.ichovatelскеpotreby.cz/zbozi/4434/Granule-pro-psy-Fresh-Mix-Medium-Large-Breed-Adult.htm>. [cit. 23. 3. 2010]

PROJEKT

Staň se recenzentem, odhal a oprav chyby.

CÍLE A VÝSTUPY PROJEKTU

Rozvoj kritického myšlení, rozvoj mezipředmětového uvažování, uvažování o biologických souvislostech v matematické úloze. Řešení matematických úloh.

ZÁKLADNÍ INFORMACE O PROJEKTU

Časová náročnost:

2 vyučovací hodiny (lze pozměnit, dle počtu a náročnosti úloh, dle počtu skupin)

Doporučený věk:

žáci ve věku 4.–5. třídy, podle uvážení učitele lze i jinak

Počet žáků:

běžná třída

Práce po skupinách (doporučujeme nejvýše tak po 4 žácích, cca 6 skupin)

PROPOJENÍ PROJEKTU NA RVP ZV

Vzdělávací oblasti matematika a její aplikace, člověk a příroda, průřezové téma environmentální výchova.

ROZVOJ KLÍČOVÝCH KOMPETENCÍ

Rozvoj kompetence k řešení problémů, kompetence sociální a personální.

POTŘEBY A MATERIÁL

psací potřeby, papír, tabule, křída, zadání-návod k práci, rozstříhané úlohy, počítač s přístupem na internet nebo encyklopedie s obrázky stonožek (např. Motyčka, Roller, 2001, str. 91), event. miskové váhy a ovoce + zelenina z úlohy

KLÍČOVÁ SLOVA

recenzent, oponent, lektor, práce s chybou, řešení slovních úloh

MOTIVACE

Učitel s dětmi popíše, jak vzniká kniha a učebnice matematiky a jaké profese musejí být při vzniku učebnice pro základní školu (autoři, ilustrátoři, recenzent, zástupce nakladatelství – manager, odborní redaktori, sazeči, tiskaři apod.) Zaměří se zejména na funkci recenzentů, odborných redaktorů či lektorů. Může dětem říci i něco v tomto smyslu:

Kromě autorů se stará o správnost textů v učebnici i recenzent nebo odborný redaktor, někdy se této funkci říká i lektor. Dnes si můžete vyzkoušet práci těchto profesí, budete hledat chyby v úlohách.

Následuje diskuse o tom, zda se děti setkaly v knížkách, učebnicích či filmech s chybami, a jak tyto chyby vznikají (překlep, překlad apod.).

Učitel motivuje děti (viz výše) a rozdělí je do skupin. Ukáže jednu úlohu s chybou (např. Housenka, viz výše) a na ní ilustruje dětem způsob práce (viz pokyny – zadání). Každá skupina pak bude obdobným způsobem pracovat, poté prezentuje svoje výsledky, každý ze skupiny má prezentovat byť malý kousek.

Skupiny dostanou pokyny – zadání (staňte se recenzenty) + jednu úlohu s chybou (děti nevědí, zda je/není s chybou, tápou-li, lze jim dát nápovědu, že v úloze mají chybu hledat, každá skupina dostane jinou „úlohu s chybou“) + čisté listy papíru (na zápis, řešení a návrh nových úloh). Až žáci úlohu zpracují (tj. rozliší, zda jde pohádku, zda je zadání správně–nesprávně, v případě že je to úloha s chybou, tak chyba naleznou a vytvoří jiné/á zadání, opravenou úlohu/y vyřeší), vezmou si z katedry další úlohu¹¹ a pracují obdobným způsobem dále. Skupiny mohou požádat o nápovědu učitele (nápověda k jednotlivým úlohám může být též připravena na lístečcích na katedře pro samoobslužnou práci). Nejspíše ne všechny skupiny vyřeší všechny úlohy.

Učitel tak může dobře dávat různým skupinám úlohy podle potřeby a též pracovat s časem. Čas na soustředěnou práci ve skupinách by měl být minimálně 25 minut.

¹¹ Některé úlohy pro projekt byly inspirovány úlohami z mezinárodní soutěže Matematický klokan, která probíhá každoročně a které se v ČR mohou účastnit děti od 2. třídy, a to zdarma. Soutěž si klade za cíl rozvíjet zájem o matematiku u všech dětí, nepředpokládá tedy pouze matematicky talentované žáky. „Typicky klokanské úlohy“ často vyžadují spíše vtip, postřeh, nápad než matematický kalkul či znalost vzorců apod. Blíže viz <http://www.matematickyklokan.net/> a publikace NOVÁK B., KUBÁTOVÁ, E.: *Počítejte s Klokánem*. Kategorie „Klokánek“. Olomouc: Pedagogické nakladatelství Prodos, 2007. ISBN 978-80-7230-176-8 a HODAŇOVÁ, J., VANĚK, V., HORENSKÝ, R. *Počítejte s Klokánem*. Kategorie „Kadet“. Olomouc: Pedagogické nakladatelství Prodos, 2007. ISBN 978-80-7230-178-2, UHLÍŘOVÁ, M. *Počítejte s Klokánem*. Kategorie „Benjamin“. Olomouc: Pedagogické nakladatelství Prodos, 2007. ISBN 978-80-7230-177-5.

Poté následuje prezentace každé ze skupin. Každá skupina by měla předvést jinou „úlohu s chybou“. Seznámí ostatní se zadáním úlohy, ukáže, zda je pohádka/nepohádka, ukáže, zda jde o chybu v zadání, ukáže změněná zadání a řešení. Při prezentaci se mají vystřídat všichni členové skupiny, to je úkol skupiny. Ostatní žáci třídy i s učitelem hodnotí prezentaci skupiny, komentují nalezené chyby i řešením, případně poradí spolužákům. U úloh „bez chyb“, které řešily jen některé skupiny, společně zkontrolujeme aspoň výsledky. Závěrem by mělo vyplynout, že nalézat a opravovat chyby je těžké, ale je možné se v tom pozorným a kritickým čtením cvičit.

Staňte se recenzenty – zadání

V zadání nebo i v řešení některých následujících úloh je několik nepřesností, chyb: některé věci nejsou tak, jak jsou doopravdy. Hledejte zejména chyby přírodovědného charakteru. Bude-li se např. v zadání psát „antilopa vraná loví a žere prasata“, jde o chybu, protože antilopy jsou býložravé. Naopak, mluví-li zvířata lidskou řečí či bydlí v domech, jde o pohádku, a tedy toto není potřeba opravovat. V pohádce však mohou být přírodovědné skutečnosti jinak, než jsou ve skutečnosti. Odhalte je.

- Z následujících úloh rozlište pohádky a ne-pohádky.
- Odhalte chyby v zadáních a zdůvodněte, proč jde o chybu. Můžete si u každé věty či informace pomoci otázkou: Je to možné? Je to pravda?
- Změňte zadání slovní úlohy s chybou tak, aby zadání slovní úlohy bylo správné, přitom zachovejte matematickou podstatu úlohy a odstraňte přírodovědný nesmysl. Vytvořte více takových správných zadání, přírodovědných i nepřírodovědných.
- Vyřešte úlohy po opravení chyb i ty, u kterých chyby nenaleznete.

Úlohu, kterou dostanete jako první, předvedete ostatním. Má-li nějakou chybu, upozorníte na ni, ukážete svoje zadání a řešení. Měli byste se všichni vystřídat, i kdyby každý řekl jen jednu větu. Kdybyste ve skupině měli více názorů či řešení, předvedte všechny.

Baterie úloh:

Úlohy s chybou či skrytou zradou:

Pštros v pondělí v 8.15 ráno vytáhl hlavu z písku. Pod zemí byl 98 hodin a 56 minut. Kdy zastrčil hlavu do písku? (Hodaňová, Vaněk, Horenský, 2007, str. 5)

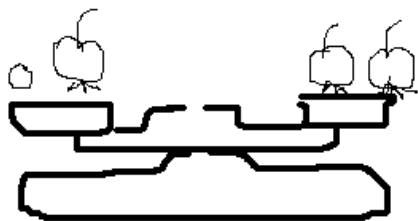
Pozn.: V této úloze tedy mají děti přijít na co nejvíce zvířat, která by – na rozdíl od pštrosa – mohla např. zůstat pod zemí, dále je třeba odhalit, že pštros hlavu do písku nestrká. Neví-li si děti rady, může jim učitel dát **nápovědu**: Která zvířata mohou zůstat tak dlouho pod zemí? Uzpůsobte úlohu pro tato zvířata. Možná **řešení**: žížala, krtonožka, krtek, syseľ, křeček, myš, hraboš ... apod. **Výsledek**: čtvrtek, 5.19 hod.

Stonožka si šla nakoupit boty. Koupila 5 párů červených sportovních, 4 páry sandálů, 7 párů bílých tenisek a 2 páry kožených kotníkových hnědých a 82 párů cviček. Může si všechnu obuv najednou about? Mohla by si about všechnu novou obuv mimo cviček? Kolik dětí by se obulo do nových stonožčiných bot?

Rada: Nejste-li si jisti, kolik má obvykle stonožka nohou, zjistěte na internetu nebo v encyklopedii, najděte si několik fotografií stonožek a spočítejte počet párů nohou.

Pozn.: V této úloze není chyba v zadání, někdy se však v úlohách o stonožkách předpokládá, že mají sto nohou. To však není pravda. Stonožky mají nohou obvykle méně, třeba i kolem 15 párů nohou (stonožka škvorová), jiný druh stonožky jich může mít více, obvykle však hluboce pod sto. Na každém článku stonožkám vyrůstá 1 pár nohou. Stonožky mají zploštělé tělo a živí se dravě. Některá stonožka by se tedy do nových bot – ne cviček – mohla about, jiné by několik párů přebývalo. Více nohou mají mnohonožky. Ty mívají na každém článku 2 páry nohou (protože jejich články vznikly z původně dvou článků) a protože článků mohou mít i přes 30, celkový počet nohou zase může dosahovat přes sto. Oproti stonožkám mívají tělo válcovité, nikoliv zploštělé

(i když jsou i výjimky). Nejsou dravé, požírají rostlinné zbytky, a jsou tak důležitou složkou půdních organizmů, které rozkládají humus.



Jeden vlašský ořech s jedním jablkem váží tolik co dvě jablka. Tři jablka s pomerančem váží tolik co jedna okurka s jedním pomerančem. Kolik potřebujete ořechů na vyvážení jedné okurky? (Uvažujte, že kusy stejného druhu jsou přibližně stejně těžké).

Rada: Namalujte si nebo ještě lépe použijte opravdové kuchyňské miskové váhy a situaci si názorně zobrazte.

Pozn.: Z obrázku vyplývá, že by ořech měl vážit tolik co jedno jablko, což neodpovídá skutečnosti. Asi 15 ořechů by mohlo být 1 jablko, samozřejmě výsledek se může lišit. Můžeme připustit míru tolerance ± 5 ořechů. Úplně nejlepší by bylo, kdyby skupina, která pracuje na této úloze, mohla manipulovat s opravdickými vahami, ořechy atd. Odhadnou-li děti chybu, ořech neváží tolik co jablko a nebudou-li správně odhadovat množství ořechů k vyvážení jablka, mohou dostat **nápovědu:** ořech může vážit 8 g, jablko 120 g. **Řešení:** Ze zadání vyplývá, že 3 jablka váží tolik co jedna okurka. Jde tedy o to zjistit, kolik ořechů je třeba na vyvážení jednoho jablka, a násobit třemi. Je třeba prodiskutovat s dětmi, že k vyvážení okurky budeme potřebovat trojnásobné množství ořechů, které vyváží jedno jablko. Výsledek bude ležet v intervalu (30, 60) v závislosti na tom, kolik přisoudíme ořechů jablku.

Zvířata různých jmen a různých druhů žrala jinou potravu. Pepča žrala myši, slon pstruhy, Venda jablka. Krajta se nejmenuje Venda, káně se jmenuje Johnny. Jedno ze zvířat se jmenuje Otto. Některé zvíře má rádo kuřátka. Jedno ze zvířat je šimpanz. Jak se které zvíře jmenuje a co žere?

Pozn.: Takovouhle skladbu zvířat bychom mohli vidět v zoo. Slon ale pstruhy nežere, je to býložravec, proto je třeba mu nabídnout jinou po-

travu (seno, mrkev, celer, chleba), nebo místo slona vzít třeba tučňáka, který se rybami živí apod. K vyluštění pomůže např. doplňování tabulky. (Lze dětem poradit, jak může vypadat, že vhodné doplňovat i informace, kdo se jak nejmenuje apod., k výsledku může vést i šoupaní lístečky s názvy, malování...)

Možné řešení:

JMÉNO	ZVÍŘE				POTRAVA			
	KRAJTA	SLON	ŠIMPANZ	KÁNĚ	KUŘATA	MYŠI	SENO A.J.	JABLKA
Pepča	+	-	-	-	-	+	-	-
Venda	-	-	+	-	-	-	-	+
Johny	-	-	-	+	+	-	-	-
Otto	-	+	-	-	-	-	+	-

Tetiččina nová koza Líza (chovaná zejména pro mléko) má nadojit asi 800 ml mléka za laktaci. Laktace u ní trvá asi 280 dní. Kolik je to mléka za den laktace? Teta spotřebuje za den asi litr mléka. Bude tetičce mléko zbývat, nebo se jí bude nedostávat? Co může teta udělat?

Rada: Chovala by teta kozu kvůli mléku, kdyby koza nadojila 800 ml za asi $\frac{3}{4}$ roku? Kolik může koza nadojit za den? Při opravě se uvědomte, že chyba často vznikne přidáním (či vynecháním nebo záměnou) jednoho písmene.

Pozn.: Nadojit 800 ml mléka za cca $\frac{3}{4}$ roku je zřejmý nesmysl, kvůli takovému množství by nikdo kozu na mléko nechoval. V zadání je asi překlep, reálná a možná hodnota je 800 l mléka. **Řešení:** Teta by mohla nadojit něco mezi 2 a 3 litry denně. Mléko jí tedy bude nejspíše zbývat. Může např. vyrábět tvaroh nebo mléko někomu dávat či prodávat.

14 koček se chystá na kočičí show. Některé z nich jsou kořata, jiné jejich matky, přičemž každá matka má nejméně 2 kořata. Jaký může být největší počet kočičích matek? Jak mohou vypadat kočičí rodinky? (Novák, Kubátová, 2007, str. 9)

Pozn.: Kočičí show se myslí buď nějaká pohádková událost, nebo kočičí zpěvy, projevy říje. Na kočičí zpěvy při měsíci ovšem chodí jen dospělé kočky, tedy nikoliv kočky s koťaty. V úloze je třeba pozměnit první větu. Možná změna: V útulku bylo 14 koček, některá byla koťata, některá jejich matky atd.

Řešení: Kdyby bylo matek 5, je všech koček minimálně 15, což je více, než připouští zadání. Tedy musí být matek o 1 méně, tedy 4. Buď tedy 3 kočičí matky mají po dvou mláďatech a jedna má 4 koťata, nebo dvě kočičí matky mají 2 koťata a 2 mají 3 koťata.

Úlohy „bez chyb“

6 slepic snese za 3 dny 8 vajec. Kolik vajec snesou 3 slepice za 9 dní? (Novák, Kubátová, 2007, str. 10)

Řešení: 12 vajec, situace je reálná.

Eda nasbíral 2 004 semínek borovice. Rozdělil je do hromádek po pěti. Kolik úplných hromádek po pěti semínkách dostane? K čemu by je mohl Eda použít? (Uhlířová, 200, str. 39)

Řešení: 400 hromádek, jestlipak si zkoušel pěstovat semenáčky? Nebo s nimi hrál nějakou hru?

Tři želvy – Andy, Bandy a Candy – se zúčastnily dálkového běhu na 30 m. Když Andy doběhla do cíle, Bandy byla 10 m za ní, zatímco Candy byla 4 m před Bandy. Kolik metrů bude zbývat Bandy k doběhnutí do cíle v okamžiku, kdy Candy cíle dosáhne? Předpokládáme, že všechny želvy běží po celou dobu závody stále stejnou rychlostí. (Novák, Kubátová, 2007, str. 47)

Pozn.: Jde typicky o pohádku či myšlenkový experiment, asi nemá smysl měnit zadání, každému je jasná nadsázka. **Řešení:** V okamžiku, kdy Andy doběhne do cíle, Candy zbývá do cíle 6 metrů, Bandy 10 metrů. Poměr uběhnutých vzdáleností, C : B je $24 : 20 = 6 : 5$. Uběhne-li

Candy 6 metrů, Bandy uběhne 5 metrů. Uběhne-li Candy 6 metrů do cíle, Bandy uběhne svých 5 metrů z 10, Bandy tedy zbývá uběhnout 5 metrů.

Julie, Mirka, David a Filip mají každý jedno zvíře: kočku, psa, rybku a kanárka. Mirčino zvíře má srst, Filipovo zvíře má čtyři nohy, David vlastní opeřence, Julie a Mirka nemají kočku. Kdo má které zvíře? (Novák, Kubátová, 2007, str. 27)

Pozn.: Lze si vypomoci tabulkou, nákresem, schématem. Z podmínek úlohy vyplývá: Mirka má psa nebo kočku. Filip má psa nebo kočku, David má kanárka, Julie a Mirka nemají kočku. Mirka má tedy psa, Filip kočku, David kanárka, Julie rybku.

HODNOCENÍ

Tipy, na co se zeptat žáků: Jak se Vám hledaly chyby v zadáních? Bylo to těžké? Chtěli byste dělat práci lektora, redaktora? Proč? Co jste se naučili? Co bylo pro Vás nové? Využijete něco z toho, co jste se dnes naučili i jindy? Jak? Líbily se Vám slovní úlohy? Naučili jste se něco při jejich řešení?

NÁPADY, JAK PROJEKT ROZŠÍŘIT

Projekt lze jednoduše zopakovat s jinou baterií úloh.

LITERATURA A ZDROJE K PROJEKTU

Zadání některých úloh (viz dále) byla vzata z následujících publikací. V originále – vzhledem k soutěži – jsou dětem předkládány možnosti k výběru, což zde nepotřebujeme, proto jsme možnosti vynechali. Některé úlohy jsem i jinak pozměnila.

NOVÁK, B.; KUBÁTOVÁ, E. *Počítejte s Klokanem*. Kategorie „Klokánek“. Olomouc : Pedagogické nakladatelství Prodos, 2007. s. 9, 10, 27 a 47. ISBN 978-80-7230-176-8.

UHLÍŘOVÁ, M. *Počítejte s Klokanem*. Kategorie „Benjamín“. Olomouc : Pedagogické nakladatelství Prodos, 2007. s. 39. ISBN 978-80-7230-177-5.

HODAŇOVÁ, J.; VANĚK, V.; HORENSKÝ, R. *Počítejte s Klokanem*. Kategorie „Kadet“. Olomouc : Pedagogické nakladatelství Prodos, 2007. s. 5. ISBN 978-80-7230-178-2.

Informace o doživosti koz vzata ze serveru Zemědělské fakulty Jihočeské univerzity v Českých Budějovicích: <http://home.zf.jcu.cz/public/departments/koz/studium/predmety/obecna/temata/10-mleko.pdf> (on-line, citace 3. 4. 2010)

MOTYČKA, V., ROLLER, Z. *Svět zvířat X. : Bezobratlí (1)*. Praha : Albatros, 2001. s. 91 a 89. ISBN 80-00-00884-X.